

# 熱・湿気回路網モデルを用いた状態とエネルギー供給の最適化理論と数値実験

正会員

奥山 博康

(清水建設技術研究所)

## 1 はじめに

時代の要請として冷暖房換気にも環境共生が求められている中で、従来以上に快適性を向上させながら、同時にエネルギー・コストの低減も行わなければならない。快適性とエネルギーの低減を同時に満たす方法に高気密・高断熱があるが、高温多湿な日本の夏の気候では適さない場合もあり、冬は閉鎖的で夏は開放的に変わるなどの建築的な工夫が望まれる。一方快適性の向上と環境共生を同時に満たす方法に自然通風の利用があるが、これは現状の強制対流式の冷房とは相容れない。しかし躯体冷房であれば熱放射によるので自然通風の併用も可能である。さらに環境共生とエネルギー・コストの低減を両立させる方法には自然エネルギーの建築的パッシブ利用がある。従って基本は高断熱の外壁と躯体冷暖房する構造としながら、建築的な工夫により夏場は開放的にできて、かつ太陽熱や蒸発冷却などの自然エネルギーのパッシブ利用を図る方向に解決策があると思われる。

この方向の冷暖房システムを設計するためには、従来の単なる量の省エネだけではなく、エネルギーの質すなわち熱量の温度も考慮する必要があることは既にエクセルギ理論により周知である。また従来のような空気温度偏重ではなく熱放射や湿度環境も十分に考慮する必要がある。そこでまず建築と人体と設備を含めた暖冷房システムを熱・湿気回路網で総合的にモデル化した。そして従来のような予測計算による試行錯誤の設計ではなく、数学的な最適化問題として、温冷感、供給エネルギー、そして熱媒温度と環境温度との偏差などを考慮した評価関数を設定し、一挙に温度と湿度の分布の最適状態と、これを実現するエネルギー供給等の最適解を求める理論を構築した。なお本理論は既報 [1] で不十分であった湿気移動と皮膚表面等の蒸発冷却も考慮できるように改良したものである。

## 2 熱・湿気回路網モデル

著者の熱回路網の節点方程式を定常状態で記述すると、一般に  $i$  番節点について (1) 式で表される。また同様な湿

気回路網は、一般に  $k$  番節点について (2) 式で表される。温度は  $t$  で、湿度は  $w$  で表す。一般化コンダクタンスと自由入力係数の意味等は既報 [2] と同様であるが、添え字に伝熱系は  $t$  を、湿気移動系は  $w$  を付けて区別する。また  $h_i$  は蒸発・凝縮の熱流を表し、 $j_k$  はその湿気流を表す。節点数について従属 (未知数) のものは温度と湿度各々について  $n_t$  と  $n_w$  で、独立 (与条件) のものは各々  $n_{t_0}$  と  $n_{w_0}$  である。自由入力発生源数については熱流  $g_t$  と湿気流  $g_w$  の各々について  $n_{t_g}$  と  $n_{w_g}$  である。

$$\sum_{j=1}^{n_t+n_{t_0}} c_{t_{ij}} \cdot (t_j - t_i) + \sum_{j=1}^{n_{t_g}} r_{t_{ij}} \cdot g_{t_j} + h_i = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{l=1}^{n_w+n_{w_0}} c_{w_{kl}} \cdot (w_l - w_k) + \sum_{l=1}^{n_{w_g}} r_{w_{kl}} \cdot g_{w_l} + j_k = 0 \quad (2)$$

これらの蒸発・凝縮の熱流と湿気流は各々 (3) と (4) 式のように書ける。ここに  $v$  は物質移動係数に潜熱等と面積を乗じたもの、 $k$  は凝縮速度等に面積を乗じたものである。(3) 式については湿気回路網の  $k$  番節点は熱回路網の  $i$  番節点に対応し、 $k$  番節点は水膜近傍の飽和水蒸気圧を表す。 $h_i$  は蒸発の場合は負の値となる。これらの定式化は、松本らによるハイグロスコピックでの支配方程式 [3] を参考にして導いた熱・水分回路網の状態方程式 [4] で欠けていた液相部分との相互影響を加えたものである。

$$h_i = \sum_{l=1}^{n_w+n_{w_0}} v_{kl} \cdot (w_l - w_k) \quad (3)$$

$$j_k = \sum_{l=1}^{n_w+n_{w_0}} k_{kl} \cdot (w_l - w_k) \quad (4)$$

湿気回路網において湿度規定 (独立)  $w_0$  の節点は大別して、外気湿度などの場合と、水膜近傍の飽和湿度などの場合の二通りある。両者を含めて一般的に (5) 式で表す。前者の場合は  $s$  と  $b$  の係数は 0 であり、後者の場合は  $w_b$  が 0 である。後者の場合の飽和水蒸気圧は  $i$  番節点の湿度に Wexler-hyland の式 [5] で依存するものとし、その湿度で線形近似した際の係数が  $s$  と  $b$  である。従って最

Optimization Theory for State and Energy Supplies using the Heat and Moisture Transfer Network Model and Numerical Examples

OKUYAMA Hiroyasu

初仮定水膜温度で係数を決め、後述の最適化の計算を行い、解の温度で係数を修正して繰り返し収束計算をする。こうした  $n_{wo}$  個の湿度規定値からなるベクトル  $w_o$  を (6) 式で表す。ここに従属と独立の温度ベクトルを各々  $t$  と  $t_o$  で表す。

$$w_{ok} = s_{ki} \cdot t_i + b_k + w_{bk} \quad (5)$$

$$w_o = S_i \cdot t + S_{io} \cdot t_o + b + w_b \quad (6)$$

この  $w_o$  と、従属(未知数)である  $n_w$  個の節点の湿度からなるベクトル  $w$  と、式(3), (4) 中の係数  $v$  と  $k$  の各々から構成されるマトリックス  $V$  と  $K$  によって、伝熱系への発熱・冷却ベクトル  $h(n_t)$  と湿気移動系への凝縮・蒸発ベクトル  $j(n_w)$  は各々次の様に (7) と (8) 式で表される。

$$h = V_w \cdot w + V_{wo} \cdot w_o \quad (7)$$

$$j = K_w \cdot w + K_{wo} \cdot w_o \quad (8)$$

さらにこれらのベクトルと、式(1)と式(2)の節点方程式を用いて、熱回路網と湿気回路網の定常状態の状態方程式は各々式(9)と式(10)のように表される。

$$C_i \cdot t + C_{io} \cdot t_o + R_i \cdot g_t + h = 0 \quad (9)$$

$$C_w \cdot w + C_{wo} \cdot w_o + R_w \cdot g_w + j = 0 \quad (10)$$

そこでサイズ  $(n_t + n_w)$  の状態ベクトルを  $(t, w)$ 、サイズ  $(n_{to} + n_{wo})$  の規定入力ベクトルを  $(t_o, w_b)$ 、サイズ  $(n_{tg} + n_{wg} + n_{wo})$  の自由入力ベクトルを  $(g_t, g_w, b)$  と定義すれば、式(6),(7),(8),(9)と(10)により、次の全体が連成した式(11)が構成される。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} C_i + V_{wo} \cdot S_i & V_w \\ C_{wo} \cdot S_i + K_{wo} \cdot S_i & C_w + K_w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t \\ w \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} C_{io} + V_{wo} \cdot S_{io} & V_{wo} \\ C_{wo} \cdot S_{io} + K_{wo} \cdot S_{io} & C_{wo} + K_{wo} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_o \\ w_b \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} R_i & 0 & V_{wo} \\ 0 & R_w & C_{wo} + K_{wo} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} g_t \\ g_w \\ b \end{bmatrix} = 0 \quad (11) \end{aligned}$$

ここで式を簡潔にするために状態ベクトルを  $x$ 、規定入力ベクトルを  $x_o$ 、自由入力ベクトルを  $g$  で表すと、全体方程式(11)はまとめて次式(12)のように記述される。

$$C \cdot x + C_o \cdot x_o + R \cdot g = 0 \quad (12)$$

入力に関して並べ変えを行い、制御ベクトル  $u_c$  と外乱ベクトル  $u_d$  に分ける必要がある。そこで既報 [1] のように各々のベクトルの中での順番に関する約束を設ける。まず伝熱系に関する入力  $u_{tc}$  は湿気移動系に関する入力  $u_{wc}$  より前に並べ、各々の中で規定入力は自由入力より前にする。さらに制御操作量の節点あるいは発生源の番号は外乱によるものより前詰めにする。こうした約束によって  $u_c$  と  $u_d$  は次の式(13)と(14)のように表される。これらの要素的なベクトルの表示は、既出のベクトルに対して添え字  $c$  を付けて制御によるものを、添え字  $d$  を付けて外乱によるものを表す。

$$u_c = \begin{bmatrix} u_{tc} \\ u_{wc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{oc} \\ g_{tc} \\ w_{bc} \\ g_{wc} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$u_d = \begin{bmatrix} t_{od} \\ g_{id} \\ w_{bd} \\ g_{wd} \\ b \end{bmatrix} \quad (14)$$

これらの制御と外乱のベクトルの内部構成に従って、規定  $C_o$  と自由  $R$  の駆動マトリックスの中の列ベクトルを抜き出して、制御  $D_c$  と外乱  $D_d$  の駆動マトリックスをつくり、次式(15)で表しておくことができる。

$$C \cdot x + D_c \cdot u_c + D_d \cdot u_d = 0 \quad (15)$$

こうして、湿気回路網も加わり状態ベクトルのサイズは大きくなったが、既報 [1] と同様な定常状態の状態方程式モデルが出来上がった。

### 3 最適化

最適制御問題として、単数または複数の人体の中心温度を  $36.8^\circ\text{C}$  に制御したり、ある部分の空気温度を何らかの値に制御することを、複数の操作量について、0 または環境温度からの偏差の自乗の和が最小になるように実現する。このための評価関数は次の式(16)で表される。第1項は制御目標に関するもの、第2項は操作量に関するものである。ここに  $t_r$  と  $w_r$  は各々温度と湿度の制御目標値である。また  $d_t$  と  $d_w$  は各々伝熱と湿気移動系の制御操作量の参照値である。環境温度などは  $d_t, d_w$  で定義され

る。この二次形式における各種の重みマトリックス $W$ は殆どの場合是对角要素だけである。伝熱系に関するものは $W_t$ 、湿気移動系に関するものは $W_w$ で表し、制御操作量に関するものはさらに添え字 $c$ を付け加えている。式(16)をさらにまとめて簡潔な形に書けば式(17)となる。 $W_x$ に関しては制御を受ける状態ベクトルの要素に対応する対角要素だけ非零である。 $W_c$ に関しては全て非零(正定値)とする。ここに左肩の $t$ はマトリックスの転置記号である。

$$J = \begin{bmatrix} t \\ w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_r \\ w_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_t & O \\ O & W_w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t \\ u_{tc} \\ u_{wc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d_t \\ d_w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_{tc} & O \\ O & W_{wc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{tc} \\ u_{wc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d_t \\ d_w \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$J = {}^t(x-r) \cdot W_x \cdot (x-r) + {}^t(u_c-d) \cdot W_c \cdot (u_c-d) \quad (17)$$

ここに $r = (t_r, w_r)$ 、 $d = (d_t, d_w)$ である。既報[6]と同様にして、この評価関数に式(15)から $x$ について解いた式を代入し、制御ベクトル $u_c$ に関して微分して0と置き、評価関数を最適化する $u_c^*$ は次の(18)式で計算される。

$$u_c^* = -\{ {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_c + W_c \}^{-1} \cdot \{ {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_d \cdot u_d + {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot r - W_c \cdot d \} \quad (18)$$

さらに最適状態 $x^*$ は、式(15)にこの $u_c^*$ を代入し、 $x$ について解けば求められる。熱放射や対流伝達等の温度依存の非線形性は繰り返し収束計算によって考慮できる。以上の理論で最適化計算プログラムSOCSを作成した。

#### 4 数値実験

拡張・改良した理論が正しいことを確かめるために数値実験を行った。建物・設備としては図1に示す様な床暖房と強制対流暖房等の複合システムであり、既報[1]と同様であるが、湿気移動系も加えたこと、温度を操作量とするパネルラジエータを加えたこと等の追加・変更を行った。熱・湿気回路網のモデルは図2に示す。モデル化などについては既報[1]で述べたことに追加、補足あるいは変更することだけをここで述べる。新SOCSは湿気

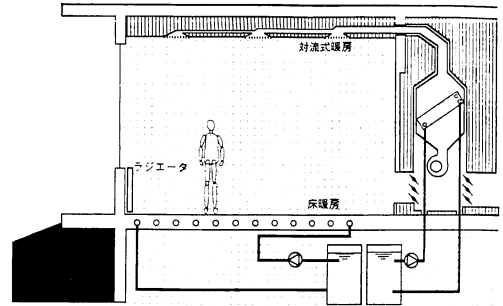


図1 複合冷暖房系

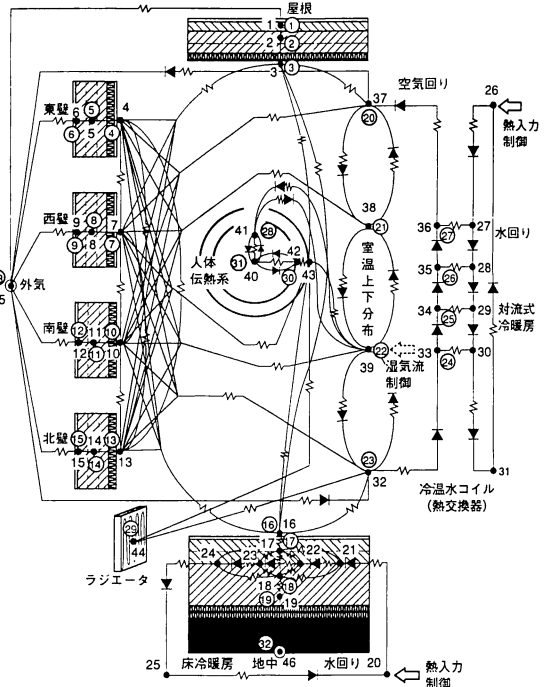


図2 熱・湿気回路網モデル

移動の追加の他に、熱放射コンダクタンスの温度依存の非線形性と人体表面対流熱伝達の Winslow 式による非線形性を考慮している。人体近傍の気流速は0.1m/s、着衣は0.56clo、代謝量 $g_{t_3}$ は1metで104.65Wとした。本最適化は一種の制御問題であるが、制御目標の体中心温度は36.83℃とした。容易に分かるように人体の伝熱モデルが最適解を大きく左右するので、FangerのPMVと一致するかどうかの検証を行っている。今回用いたのは検証が終わったものである。図2において湿気回路網の節点番号は丸で囲んで表す。熱回路網の節点40番を中心とする球状のものが人体伝熱モデルである。熱回路網の

表1 最適化計算結果概要

	強制対流 暖房	床暖房	両方式 併用	床暖房 (低湿)
人体近傍 空気温度	27.5 ℃	24.4 ℃	25.8 ℃	24.8 ℃
温水コイル 入口水温	59.8 ℃	—	40.9 ℃	—
床暖房循環 入口水温	—	50.8 ℃	38.6 ℃	51.7 ℃
床表面温度	25.0 ℃	33.1 ℃	29.4 ℃	33.7 ℃
強制対流式 温水加熱量 (KW)	15.360 KW	—	7.1582 KW	—
床暖房循環 温水加熱量 (KW)	—	14.296 KW	7.6450 KW	14.576 KW
人体近傍 空気湿度 (Pa)	1334.2 Pa	1334.0 Pa	1333.6 Pa	667.41 Pa
空気への 加湿量 (kg/h)	5.7037 kg/h	5.7030 kg/h	5.7011 kg/h	2.1093 kg/h

42番は皮膚, 43番が衣服, 41番は呼吸の吐き出し温度を表す。熱回路網のモデル全体で従属節点数  $n_i$  は44で独立節点数  $n_{i0}$  は2である。湿気回路網は従属節点数  $n_w$  が29で独立節点数  $n_{w0}$  が4である。どちらの系も独立の節点は従属の節点よりも大きな番号を持つ。湿気回路網節点30番が一つの濡れ面を表す。この湿度節点は温度節点42番と連成しており、この温度における飽和水蒸気圧を持つことになる。また蒸発によって温度節点42番は冷却を受ける。ちなみに体表面積は  $1.8m^2$  で、この状態での濡れ面積率は6%とした。呼吸に関する熱と湿気のコンダクタンスは、既往の研究がこの様なモデルで行われたものでないことから、明快な決定が難しい。しかし空気温度節点41番と湿度節点28番の状態値が与えられた場合の雰囲気とのコンダクタンスは、代謝量に比例するとした結果があるので、これを用いた。また湿度節点31は温度節点40の温度に依存した飽和湿度を持つとすれば、呼吸潜熱が分かっているので、これから逆算することができる。呼吸顕熱についても同様である。

その他の計算条件としては、外気温度は  $0℃$ 、外気湿度は  $266.6 Pa$  であり、地中温度は  $15℃$  で前と同様である。制御操作量は、床暖房循環水への加熱量  $g_1$ 、強制対流暖房の温水コイル循環水への加熱量  $g_2$  と人体近傍空気への加湿量  $g_w$  である。制御量は人体中心温度の他、人体近傍の空気湿度であり、 $1333.2 Pa$  あるいは  $666.6 Pa$  を目標とした。今回の操作量は発熱量や加湿量なので式(17)で

の操作量参照値  $d$  は0とするのが妥当であるが、もし湿度や湿度の操作量を含んでいけば、エクセル格的な観点から環境温度や湿度を操作量参照値にとるのが良いであろう。検討した暖房方式としては表1に示すように、強制対流暖房、床暖房とこれらの併用の3通りであるが、床暖房の場合だけ制御湿度を低くしたものを試みた。暖房方式の違いは自由入力係数  $r_{ij}$  を1にしたり0にしたりして表現した。最適化計算結果の表1を見ると傾向は既報[1]と同様であり、床暖房は強制対流暖房に比べて約1割エネルギー供給が少なく、もし併用方式にすれば両者の中間ぐらいのエネルギー供給でありながら、必要温水温度は最も低くてすむことも分かる。また人体モデルが改良されたためか、人体の雰囲気温度も温水の最適温度も上がっている。さらに人体近傍の湿度を低くすると蒸発冷却が促進されるために、最適な周囲の温度も僅かに高くなり、必要エネルギーも少しだけ大きくなり、蒸発冷却の効果が正常に現れていると考えられる。

この結果はあくまでも一つの例であって、得られた傾向がどの程度普遍性があるかは、さらに多くの数値実験を行わなければ分からない。例えば建物の断熱性や熱媒の流量によっても違ってくると考えられる。また評価尺度をエネルギーではなくエクセルギに改良すれば、より明確になると思われるが、その場合は搬送動力等も含めた方が良いであろう。

## 5 まとめ

人体・設備・建物を熱・湿気回路網でモデル化し、既報で不十分であった発汗蒸発の効果も考慮できる状態とエネルギー供給の最適化理論を導いた。さらに数値実験によって床暖房の省エクセルギ性を示し、また湿度の影響も考慮できることを示した。

## 謝辞

本研究に関しては、北海道電力総合研究所の土井聰氏の援助、お茶の水女子大学の田辺新一先生のご指導、武蔵工業大学の宿谷昌則先生のアドバイスなどを受けており、ここに記して感謝する。

(参考文献) [1] 奥山博康: "熱回路網モデルを用いた最適化理論による新しい定常熱負荷計算法の提案", 空気調和衛生工学会学術講演会論文集, 1992年10月, p.73 [2] 奥山博康: "建築物の熱回路網モデルに関する理論的研究", 早稲田大学 建築環境工学 学位論文, 1987年12月 (清水建設研究報告別冊第26号'89年6月) [3] 松本衛: "吸放湿におよぼす吸着熱の影響", 建築学会論文報告集・号外, 1965年9月 [4] 奥山博康: "熱水分同時移動の解析法について", 建築学会大会学術講演梗概集 (計画系), 1982年10月, p.761 [5] 宇田川光弘 著: "パソコンによる空気調和計算法", オーム社, 1986年第1版第1刷 [6] 奥山博康: "熱回路網モデルと最適化理論による冷暖房システム設計手法", 第27回空気調和・冷凍連合講演会 (東京) 講演論文集, 1993年4月, p.53