

熱回路網モデルと最適化理論による 冷暖房システム設計手法

空正 奥山 博康

(清水建設(株)技術研究所)

1 はじめに

一般に設計とは合成における最適化の行為と見ることも出来よう。本論ではこの最適化を設計者の主観によらず、なるべく客観的な数学的プロセスに近づけることを可能とするための一つの手法について述べる。

本来の冷暖房システム設計の目的は、一定の室温を得ることではなく、熱的快適性を得ることにあり、熱的快適性は空気温度だけではなく熱放射環境などの諸要因にも影響されるので、従来の設計法は人間不在になりがちであったと言える。つまり本来は熱的環境ではなく在室者そのものを主役とするようなものであるべきである。このとき同じ熱的快適性を得るにしても、空気温度と熱放射環境など、関与する諸要因の組合せは無限に存在するから、何等か最適の組合せを決定できなければならない。例えば対流式と輻射式など複数の暖冷房方式が並存していても最適のエネルギー配分を決定出来る必要がある。また冷温水コイル、輻射パネルや床暖房への適切な入口水温が、熱的快適性と省エネ性を両立する意味において数学的に最適な温度として決定できる必要がある。特に近年は、自然エネルギーなどを有効に利用するため、単に熱

量ではなく温度レベルによるエネルギーの質も考慮すべきである。

そこで本論文では以上のような要請を満たす冷暖房システム最適化法を導くが、この理論は一般的伝熱モデルである著者の熱回路網に立脚し、関連研究 [1][2][3] における最適化問題の解法によって発想したものである。

2 熱回路網モデルの適用

著者の熱回路網の数学モデルによって、対象がどのような形状であろうと、またどのような伝熱形態が存在しようと、全ての場合を一般的に表示できる。従ってシミュレーション [4] やシステムパラメータ同定 [5] などの計算プログラムは汎用性を持つが、本論で述べる最適化法も同様となる。モデル化や定式化の方法など概略の説明は教科書 [6] の著者執筆の章に、詳細は著者の学位論文 [7] 等を参照されたい。

著者の熱回路網は状態空間的アプローチ法に則っており、数学モデルは次式 (1) の様な状態方程式で表される。この表示は一般的に全ての拡散系の空間離散化モデルに適用できるので、 x は状態ベクトルとも呼ぶが、ここでの状態とは温度である。系への入力は規定温度の様なものと発熱量の様なものがあり、各々 x_0 と g

のベクトルで表す。マトリックス M 内の要素は熱容量、 C と C_o は熱コンダクタンスそして R の中味は自由入力率と呼ぶものである。

$$M \cdot \dot{x} = C \cdot x + C_o \cdot x_o + R \cdot g \quad (1)$$

定常状態は左辺を 0 に置いて表現できる。一般に冷暖房の投入熱流等は制御入力、気象条件等は外乱入力と見なされ、これらのベクトルで入力を表示し直すために、まず規定入力ベクトル x_o と自由入力ベクトル g の内部を (2), (3) 式のように制御 (添字 c : control) によるものと外乱 (添字 d : disturbance) によるものに分ける。ここで外乱による入力値は制御のそれより独立性が高いと見なし、その節点番号あるいは発生源番号を後ろ括弧に付けている。

$$x_o = \begin{bmatrix} x_{oc} \\ x_{od} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$g = \begin{bmatrix} g_c \\ g_d \end{bmatrix} \quad (3)$$

これらの分割されたベクトルに応じて、規定入力マトリックス C_o と自由入力マトリックス R の中身も (4), (5) 式のように分割する。

$$C_o = [C_{oc}, C_{od}] \quad (4)$$

$$R = [R_c, R_d] \quad (5)$$

これらの記号定義により制御入力マトリックス D_c とベクトル u_c 、外乱入力マトリックス D_d とベクトル u_d が (6), (7) 式のように定義できる。

$$D_c \cdot u_c = [C_{oc}, R_c] \cdot \begin{bmatrix} x_{oc} \\ g_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$D_d \cdot u_d = [C_{od}, R_d] \cdot \begin{bmatrix} x_{od} \\ g_d \end{bmatrix} \quad (7)$$

従って定常状態の (1) 式の右辺は次の (8) 式で記述されるから、ある制御入力 u_c と外乱入力 u_d における温度状態ベクトル x は (9) 式で計算される。

$$C \cdot x + D_c \cdot u_c + D_d \cdot u_d = 0 \quad (8)$$

$$x = -C^{-1} \cdot \{D_c \cdot u_c + D_d \cdot u_d\} \quad (9)$$

ここに外乱としての自由入力の中には日射や照明の発熱の他、人体伝熱モデル内の代謝発熱等も含まれる。

3 評価関数と最適化

この最適化法は、建物と冷暖房システムの伝熱モデルの中に、人体の熱的中立状態の伝熱モデルも組み込んだ総合的伝熱系において、体温を 36.5°C に近づけるための最小の冷暖房投入エネルギーを、最適制御問題として解くことにより行うものである。この基本方針は従来の負荷の概念と異なるので今後討論が必要であろう。さて最適化する評価関数はスカラとするのが最も簡単であるから二次形式を用いて次式で表す。マトリックス等の左肩の t は転置記号である。

$$J = {}^t(x - r) \cdot W_x \cdot (x - r) + {}^t(u_c - d) \cdot W_c \cdot (u_c - d) \quad (10)$$

ここに \mathbf{r} は体温等の制御目標値を一部の要素を含む目標値ベクトルである。また \mathbf{W}_x は状態ベクトルと目標値ベクトルの偏差に対する重みマトリックスであり、非負で対角とする。ここに体温など制御量以外の温度節点に対応する \mathbf{W}_x の対角要素および \mathbf{r} の要素は 0 とする。また \mathbf{d} は制御操作量を有効エネルギー的観点から評価するための基準値のベクトルである。多くの場合、操作量が熱流の場合は 0 であり温度の場合は環境温度である。 \mathbf{W}_c は正定値の重みマトリックスである。概ね \mathbf{W}_x の対角要素が \mathbf{W}_c のそれより大きければ熱的快適性を省エネよりも重要視することを意味する。また \mathbf{W}_c の対角要素間に大小関係を与えて異種冷暖房方式のエネルギー単価等も考慮することが出来る。この評価関数を \mathbf{u}_c によって微分して 0 と置けば次の (11) 式となる。これを最適化する制御ベクトル \mathbf{u}_c^* について解けば (12) 式となる。

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{u}_c} =$$

$$2 \cdot {}^t\mathbf{D}_c \cdot {}^t\mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{W}_x \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{D}_c \cdot \mathbf{u}_c$$

$$+ 2 \cdot {}^t\mathbf{D}_c \cdot {}^t\mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{W}_x \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{D}_d \cdot \mathbf{u}_d$$

$$+ 2 \cdot {}^t\mathbf{D}_c \cdot {}^t\mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{W}_x \cdot \mathbf{r}$$

$$+ 2 \cdot \mathbf{W}_c \cdot \mathbf{u}_c - 2 \cdot \mathbf{W}_c \cdot \mathbf{d} = \mathbf{0} \quad (11)$$

$$\mathbf{u}_c^* =$$

$$-\{ {}^t\mathbf{D}_c \cdot {}^t\mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{W}_x \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{D}_c + \mathbf{W}_c \}^{-1}$$

$$\cdot \{ {}^t\mathbf{D}_c \cdot {}^t\mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{W}_x \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{D}_d \cdot \mathbf{u}_d$$

$$+ {}^t\mathbf{D}_c \cdot {}^t\mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{W}_x \cdot \mathbf{r} - \mathbf{W}_c \cdot \mathbf{d} \} \quad (12)$$

さらにこの時の最適状態 \mathbf{x}^* は、(9) 式にこの \mathbf{u}_c^* を代入して計算される。本理論は蒸発熱も考慮できる熱水分同時移動系 [9] に拡張することや、不等式の拘束条件付きにすること [10] も容易である。

4 適用例

この計算理論が正しく機能することを、一般的な計算プログラムをつくり、試してみた。例題とした計算モデルを図 1 に示す。これは強制対流式暖房と床暖房の両方をもつ $153.63(m^2)$ 程度の床面積の室と人体の熱回路網モデルである。空間的な集中定数化をするために主として検査体積法を用いた。図の中央の節点 40 から 43 で人体の伝熱モデルを球状に表す。これは Gagge らの 2 節点モデル [8] を参考にして作った。室内の壁体表面間などの熱放射についても一般化熱コンダクタンス [6] を常温付近で線形近似化して作成した。壁と人体の熱放射の形態係数は近似的に人体を球として求めた。室温の上下分布を簡略的に表現するため室空気は 4 分割してモデル化した。外気温度節点 44 には 0°C を、地中温度節点 45 には 15°C を与えた。人体発熱は節点 40 に $61.76(\text{kcal}/\text{h})$ を与えた。制御の目標は人体節点 40 を 36.5°C にすることである。両暖房並用やどちらか一方だけの各々別なシステムについて概略の計算結果を表 1 と表 2 に示す。どちらかの暖房方式の温水循環流量を 0 にすると、そこへの投入熱流は自然に 0 の結果が得られる。表 2 の結果は床暖房が対流式よりも省エネであることを

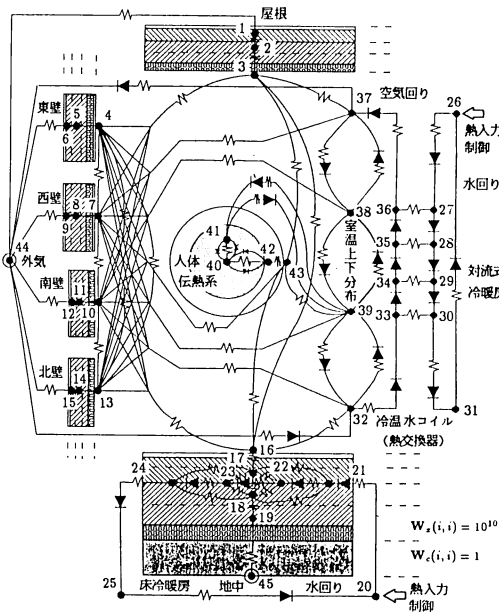


図1 複合冷暖房系の熱回路網

表1 主な節点温度 (°C)

	床表面温度 節点 16	床暖入口水温 節点 20	コイル温 水入口水温 節点 26	コイル出 空気温度 節点 36	人体近 空気温度 節点 39
両方式並存	23.0	30.2	33.7	27.8	20.0
対流式だけ	19.6	-	51.1	38.1	21.4
床暖房だけ	25.9	39.5	-	-	18.8

表2 負荷計算結果概要

	対流式の 温水節点 26への 投入熱流 kcal/h	床暖房の 温水節点 20への 投入熱流 kcal/h
両方式並存	4672	5056
対流式だけ	10144	-
床暖房だけ	-	9382

示している。また表1のように最適温水入口温度の結果により有効エネルギー的な検討ができる。人体発熱は外乱の入力としているが、追加して熱入力制御を与えれば、適当な重み付けをすることにより、この熱入力制御値を PMV 値と見なせる可能性もある。すなわち人体の伝熱モデルに温熱感申告をさせることも可能なわけである。

5 まとめ

この熱回路網モデルと多変数的最適化理論で、従来よりも人間を重視でき、有効エネルギー的な考慮もできる、電算化設計手法の一つの可能性が示された。

(参考文献)

- [1] 奥山博康: "熱回路網の状態方程式モデルによる最適制御理論, その1: 最適レギュレータ制御の基本的理論と数値実験", 建築学会大会学術講演梗概集 (計画系), 1989年10月, p.767
- [2] 奥山博康: "熱回路網の状態方程式モデルによる最適制御理論, その2: 拡大系による基本理論の一般化と数値実験", 建築学会大会学術講演梗概集 (計画系), 1990年10月, p.745
- [3] 奥山博康: "熱回路網の状態方程式モデルによる最適制御理論, その3: 最適レギュレータの多変数入力系での適用例", 建築学会大会学術講演梗概集 (計画系), 1991年9月, p.871
- [4] 奥山博康, 木村建一: "建築物の熱回路系における推移行列と射影分解による時間数値積分公式", 日本建築学会論文報告集, Vol.269, 1978年7月, p.127
- [5] 奥山博康: "一般拡散システムの回路網による状態方程式とそのシステムパラメータの同定理論", 日本建築学会論文報告集, Vol.344, 1984年10月, p.103
- [6] 木村建一編: "建築環境学1 (第7章, 奥山博康著, 熱回路網)", 丸善出版, 1992年4月初版
- [7] 奥山博康: "建築物の熱回路網モデルに関する理論的研究", 早稲田大学 建築環境工学 学位論文, 1987年12月 (清水建設研究報告別冊第26号'89年6月)
- [8] 中山昭雄編: "温熱生理学 (第2章, 西安信・著)", 理工学社, 1985年第1版, 第3刷
- [9] 奥山博康: "熱水分同時移動の解析法について", 建築学会大会学術講演梗概集 (計画系), 1982年10月, p.761
- [10] Charles L. Lawson, Richard J. Hanson: "Solving Least Squares Problems", Prentice-Hall, Inc. 1974, ISBN 0-13-822585-0

(追記) デモプログラムのFD 謹呈