

熱回路網モデルを用いた最適化理論による 新しい定常熱負荷計算法の提案

正会員 奥山 博康 (清水建設(株)技術研究所)

1 はじめに

建築の熱的環境とこれを実現するための設備を設計するために、最終的には動的な熱負荷計算で詳細な検討をするにしても、まず初期段階で大略を把握するための定常熱負荷計算の持つ意味は重要である。

しかし従来の定常熱負荷計算は、ある一定温度の室空気にこれを取り囲む壁体等の部材から流れ込んでくる熱流を総和するだけの算術計算に過ぎなかった。本来冷暖房は一定の室温を得るためではなく、熱的快適性を得るためのものであり、熱的快適性は空気温度だけではなく熱放射環境などの諸要因にも影響されるので、従来の定常熱負荷計算は人間不在のものであったと言える。つまり本来の負荷計算は熱的環境ではなく在室者そのものを主役とするようなものであるべきである。

また同じ熱的快適性を得るにしても、空気温度と熱放射環境など、寄与する諸要因の組合せは無限に存在しうるから、何等か最適の組合せを決定できる機能を負荷計算が持つことが望まれる。例えば対流式と輻射式など複数の暖冷房方式が並存していても最適のエネルギー配分を決定出来るような負荷計算法が望ましい。

さらに従来の定常熱負荷とは室空気から除去すべき熱流として定義されていたが、床暖房などではこうした定義は当てはまらないし、本来は冷暖房の装置側にかかってくるものの、より実際のエネルギー消費量に近い熱流が求められるべきである。なぜなら冷温水配管の熱損失や熱交換器の特性なども考慮されるべきだからである。すなわち建物だけでなく装置も含め、冷暖房システム全体の負荷になるべく近いものが求められるべきである。

そして冷温水コイル、輻射パネルや床暖房への適切な入口水温が、熱的快適性と省エネルギー性を両立する意味において数学的に最適な温度として決定できるような機能も必要であろう。特に近年は、自然エネルギーや未利用エネルギーなどを有効に利用するため、単に熱量ではなく温度レベルを考慮したエネルギーの質が問題になっていることから必要な機能である。

そこで本論文では以上のような要請を満たす新しい熱負荷計算法を導くが、この理論は一般的伝熱モデルである著者の熱回路網に立脚し、関連研究 [1][2][3] における最適化問題の解法によって発想したものである。

2 熱回路網モデルの適用

著者の熱回路網の数学モデルによって、対象がどのような形状であろうと、またどのような伝熱形態が存在しようと、全ての場合を一般的に表示できる。従ってシミュレーション [4] やシステムパラメータ同定 [5] などの計算プログラムは汎用性を持っているが、本論で述べる負荷計算も同様となる。モデル化や定式化の方法など概略の説明は教科書 [6] の著者執筆の章に、詳細は著者の学位論文 [7] 等を参照されたい。

著者の熱回路網はシステム理論のアプローチ法に則っており、数学モデルは次式 (1) の様な状態方程式で表される。このモデルは一般的に全ての拡散系に適用できるので、 x は状態ベクトルとも呼ぶが、ここでの状態とは温度である。系への入力は規定温度の様なものと発熱量の様なものがあり、各々 x_0 と g のベクトルで表す。マトリクス M 内の要素は熱容量、

Proposal of a New Steady State Thermal Load Calculation Method by Optimizing Theory using Thermal Network Model

OKUYAMA Hiroyasu

C と C_o は熱コンダクタンスそして R の中味は自由入力率と呼ぶものである。

$$M \cdot \dot{x} = C \cdot x + C_o \cdot x_o + R \cdot g \quad (1)$$

定常状態は左辺を 0 に置いて表現できる。一般に冷暖房の投入熱流等は制御入力、気象条件等は外乱入力と見なされ、これらのベクトルで入力を表示し直すために、まず規定入力ベクトル x_o と自由入力ベクトル g の内部を (2), (3) 式のように制御 (添字 c : control) によるものと外乱 (添字 d : disturbance) によるものに分ける。ここで外乱による入力値は制御のそれより独立性が高いと見なし、その節点番号あるいは発生源番号を後ろ詰めに付けている。

$$x_o = \begin{bmatrix} x_{oc} \\ x_{od} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$g = \begin{bmatrix} g_c \\ g_d \end{bmatrix} \quad (3)$$

これらの分割されたベクトルに応じて、規定入力マトリクス C_o と自由入力マトリクス R の中身も (4), (5) 式のように分割する。

$$C_o = [C_{oc}, C_{od}] \quad (4)$$

$$R = [R_c, R_d] \quad (5)$$

これらの記号定義により制御入力マトリクス D_c とベクトル u_c 、外乱入力マトリクス D_d とベクトル u_d が (6), (7) 式のように定義できる。

$$D_c \cdot u_c = [C_{oc}, R_c] \cdot \begin{bmatrix} x_{oc} \\ g_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$D_d \cdot u_d = [C_{od}, R_d] \cdot \begin{bmatrix} x_{od} \\ g_d \end{bmatrix} \quad (7)$$

従って定常状態の (1) 式の右辺は次の (8) 式で記述されるから、ある制御入力 u_c と外乱入力 u_d における温度状態ベクトル x は (9) 式で計算される。

$$C \cdot x + D_c \cdot u_c + D_d \cdot u_d = 0 \quad (8)$$

$$x = -C^{-1} \cdot \{D_c \cdot u_c + D_d \cdot u_d\} \quad (9)$$

ここに外乱としての自由入力の中には日射や照明の発熱の他、人体伝熱モデル内の代謝発熱等も含まれる。

3 評価関数と最適化

この熱負荷計算法は、建物と冷暖房システムの伝熱モデルの中に、人体の熱的中立状態の伝熱モデルも組み込んだ総合的伝熱系において、体温を 36.5℃ に近づけるための最小の冷暖房投入エネルギーを、最適化問題として解くことにより行うものである。この基本方針は従来の負荷の概念と異なるので今後討論が必要であろう。さて最適化する評価関数はスカラとするのが最も簡単であるから二次形式を用いて次式で表す。マトリクス等の左肩の t は転置記号である。

$$J = {}^t(x-r) \cdot W_x \cdot (x-r) + {}^t u_c \cdot W_c \cdot u_c \quad (10)$$

ここに r は体温等の制御目標値を一部の要素に含む目標値ベクトルである。また W_x は状態ベクトルと目標値ベクトルの偏差に対する重みマトリクスであり、非負で対角とする。ここに体温など制御量以外の温度節点に対応する W_x の対角要素および r の要素は 0 とする。さらに W_c は制御入力ベクトルに対する正定値の重みマトリクスである。状態値と操作量の物理単位が違うので一概には言えないが、 W_x の対角要素が W_c のそれより大きければ熱的快適性を省エネよりも重要視することを意味する。また W_c の対角要素間に大小関係を与えて複数冷暖房方式のエネルギー単価等も考慮することが出来る。この評価関数の x を (9) 式によって消去し展開する。

$$J = \{-{}^t u_c \cdot {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} - {}^t u_d \cdot {}^t D_d \cdot {}^t C^{-1} - {}^t r\} \cdot W_x \cdot \{-C^{-1} \cdot D_c \cdot u_c - C^{-1} \cdot D_d \cdot u_d - r\} + {}^t u_c \cdot W_u \cdot u_c$$

$$\begin{aligned}
&= {}^t u_c \cdot {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_c \cdot u_c \\
&+ {}^t u_c \cdot {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_d \cdot u_d \\
&+ {}^t u_c \cdot {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot r \\
&+ {}^t u_d \cdot {}^t D_d \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_c \cdot u_c \\
&+ {}^t u_d \cdot {}^t D_d \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_d \cdot u_d \\
&+ {}^t u_d \cdot {}^t D_d \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot r \\
&+ {}^t r \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_c \cdot u_c \\
&+ {}^t r \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_d \cdot u_d \\
&+ {}^t r \cdot W_x \cdot r + {}^t u_c \cdot W_u \cdot u_c \quad (11)
\end{aligned}$$

この評価関数を u_c によって最小化する最適点は J を u_c で微分して 0 と置いて得られる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial J}{\partial u_c} &= 2 \cdot {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_c \cdot u_c \\
&+ {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_d \cdot u_d \\
&+ {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot r \\
&+ {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot {}^t W_x \cdot C^{-1} \cdot D_d \cdot u_d \\
&+ {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot {}^t W_x \cdot r + 2 \cdot W_c \cdot u_c \\
&= 2 \cdot {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_c \cdot u_c \\
&+ 2 \cdot {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_d \cdot u_d \\
&+ 2 \cdot {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot r \\
&+ 2 \cdot W_c \cdot u_c = 0 \quad (12)
\end{aligned}$$

この式を u_c について整理して解き、これを最適化する制御ベクトル u_c^* とおけば次の (13) 式となる。

$$\begin{aligned}
u_c^* &= -\{ {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_c + W_c \}^{-1} \\
&\cdot \{ {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_d \cdot u_d \\
&\quad + {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot r \} \quad (13)
\end{aligned}$$

さらにこの時の最適状態 x^* は、(9) 式にこの u_c^* を代入して次式で計算される。

$$x^* = -C^{-1} \cdot \{ D_c \cdot u_c^* + D_d \cdot u_d \} \quad (14)$$

本理論は蒸発熱も考慮できる熱水分同時移動系 [9] に拡張することも容易である。

4 適用例

この計算理論が正しく機能することを確認するために、一般的な計算プログラムを開発し、実際に計算をしてみた。例題とした計算モデルを図 1 に示す。これは対流式暖房と床暖房の両方をもつ $153.63(m^2)$ 程度の床面積の室と人体の熱回路網モデルである。空間的な集中定数化をするために主として検査体積法 [7] を用いた。図の中央の節点 40 から 43 で人体の伝熱モデルを球状に表す。これは Gagge と西の 2 節点モデル [8] を参考にして作った。熱放射伝熱をなるべく詳細にモデル化するために、室内の壁体表面間の熱放射についても一般化熱コンダクタンス [6] を常温付近で線形近似化して作成した。壁と人体の熱放射の形態係数は近似的に人体を球として求めた。

室温の上下分布をなるべく簡略的に表現するため室空気は 4 分割してモデル化した。対流式暖房の空気循環と隙間風換気の循環は向流とした。これ以外に層間には混合流が生じるので暖房風量の数倍で両方向の一般化熱コンダクタンスを加えた。暖房状態では成層に近いから図の様な熱回路網の構造で良いかもしれないが、冷房状態であれば水平方向に混合する前に床に向かって下降流が起こるのであるから、その構造を変えるのが適切であろう。ここでのモデルは暫定的なものである。より正確には室空間をセルに区切り、何等かの方法で圧力分布を求めることから流れ分布を求め、図中ダイオード記号で表す移流の一般化熱コンダクタンスを定めなければならない。マクロな換気回路網を用いた例 [10] は著者らによって発表されている。

外気温度節点 44 には $0^\circ C$ を、地中温度節点 45 には $15^\circ C$ を与えた。人体発熱は節点 40 に $61.76(kcal/h)$ を与えた。制御の目標は人体節点 40 を $36.5^\circ C$ にすることである。両暖房並存やどちらか一方だけの各々別なシステムについて、詳細は省略するが、概略の計算結果を表 1 と表 2 に示す。どちらかの暖房方式の温水循環流量を 0 にすると、そこへの投入熱流は自然に 0 の結果が得られる。

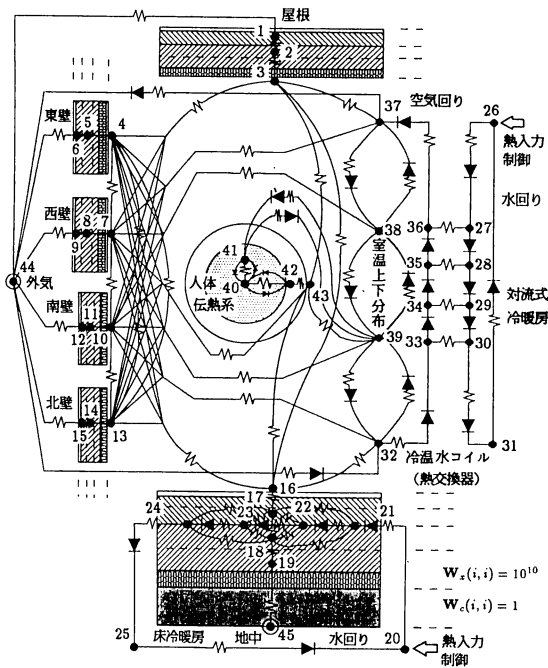


図1 複合冷暖房系の熱回路網

表1 主な節点温度(°C)

	床表面 温度 節点 16	床暖房 入口 水温 節点 20	コイル 温入口 水温 節点 26	コイル 出口 空気 温度 節点 36	人体 傍空 温度 節点 39
両方式並存	23.0	30.2	33.7	27.8	20.0
対流式だけ	19.6	-	51.1	38.1	21.4
床暖房だけ	25.9	39.5	-	-	18.8

表2 負荷計算結果概要

	対流式の 温水節点 26への 投入熱流 kcal/h	床暖房の 温水節点 20への 投入熱流 kcal/h
両方式並存	4672	5056
対流式だけ	10144	-
床暖房だけ	-	9382

表2の結果は床暖房が対流式よりも省エネであることを示している。また表1の温水入口温度を見ると、対流式だけの場合が50℃程の最も高温を必要とするのに対し、床暖房はそれより10℃程低くてすむ。さらに両方式並用では両方の温水温度ともさらに低く30℃程度の質の低いエネルギーで賄えることが分かる。この計算理論によって単なる熱量だけでなく、温度レベルなどエネルギーの質についても検討できるわけである。

また正味の人体発熱は外乱の入力としているが、追加して熱入力制御を与えれば、適当な重み付けを与えることにより、この熱入力制御値をPMV値と見なせる可能性もある。すなわち人体の伝熱モデルに温熱感申告をさせることも可能なわけである。

5 まとめ

従来に負荷計算法よりも、人間を重視でき、消費エネルギーの質も検討でき、また複合冷暖房でも最適エネルギー配分を求められる、熱回路網モデルを用いた最適化理論による新しい定常熱負荷計算法を提案した。

(参考文献)

- [1] 奥山博康: "熱回路網の状態方程式モデルによる最適制御理論, その1: 最適レギュレータ制御の基本的理論と数値実験", 建築学会大会学術講演梗概集(計画系), 1989年10月, p.767
- [2] 奥山博康: "熱回路網の状態方程式モデルによる最適制御理論, その2: 拡大系による基本理論の一般化と数値実験", 建築学会大会学術講演梗概集(計画系), 1990年10月, p.745
- [3] 奥山博康: "熱回路網の状態方程式モデルによる最適制御理論, その3: 最適レギュレータの多変数入力系での適用例", 建築学会大会学術講演梗概集(計画系), 1991年9月, p.871
- [4] 奥山博康, 木村建一: "建築物の熱回路系における推移行列と射影分解による時間数値積分公式", 日本建築学会論文報告集, Vol.269, 1978年7月, p.127
- [5] 奥山博康: "一般拡散システムの回路網による状態方程式とそのシステムパラメータの同定理論", 日本建築学会論文報告集, Vol.344, 1984年10月, p.103
- [6] 木村建一編: "建築環境学1(第7章, 奥山博康著, 熱回路網)", 丸善出版, 1992年4月初版
- [7] 奥山博康: "建築物の熱回路網モデルに関する理論的研究", 早稲田大学 建築環境工学 学位論文, 1987年12月(清水建設研究報告別冊第26号'89年6月)
- [8] 中山昭雄編: "温熱生理学(第2章, 西安信著)", 理工学社, 1985年第1版, 第3刷
- [9] 奥山博康: "熱水分同時移動の解析法について", 建築学会大会学術講演梗概集(計画系), 1982年10月, p.761
- [10] 奥山博康, 益子智久: "回路網モデルによる建築環境シミュレーションプログラムの開発(その6: 大空間の温熱環境評価への適用)", 空調調和衛生工学会学術講演会講演論文集, 1990年, 10月, p.729

デモプログラムとサンプルデータのFD謹呈