

熱・湿気回路網モデルを用いた
状態とエネルギー供給の最適化理論 ○ 正会員 奥山 博康*

熱湿気回路網 最小二乗法 最適化問題

1 はじめに

建築温熱環境の質を向上させながらも地球環境への負荷が小さい暖冷房システムを設計するためには、従来の単なる量の省エネだけではなく、エネルギーの質すなわち熱量の温度も考慮する必要があることは既にエクセルギー理論により周知である。また従来のような空気温度偏重ではなく熱放射や湿度環境も十分に考慮する必要がある。そこでまず建築と人体と設備を含めた暖冷房システムを熱・湿気回路網で総合的にモデル化した。そして従来のような予測計算による試行錯誤の設計ではなく、数学的な最適化問題として、温冷感、供給エネルギー、そして熱媒温度と環境温度との偏差などを考慮した評価関数を設定し、一挙に温度と湿度の分布の最適状態と、これを実現するエネルギー供給等の最適解を求める理論を構築した。なお本理論は既報 [1] で不十分であった湿気移動と皮膚表面等の蒸発冷却も考慮できるように改良したものである。

2 熱・湿気回路網モデル

著者の熱回路網の節点方程式を定常状態で記述すると、一般に i 番節点について (1) 式で表される。また同様な湿気回路網は、一般に k 番節点について (2) 式で表される。温度は t で、湿度は絶対湿度 w で表す。一般化コンダクタンスと自由入力係数の意味等は既報 [2] と同様であるが、添え字に伝熱系は t を、湿気移動系は w を付けて区別する。また h_i は蒸発・凝縮の熱流を表し、 j_k は湿気流を表す。

$$\sum_{j=1}^{n_t+n_{t_0}} c_{t_{ij}} \cdot (t_j - t_i) + \sum_{j=1}^{n_{t_g}} r_{t_{ij}} \cdot g_{t_j} + h_i = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{l=1}^{n_w+n_{w_0}} c_{w_{kl}} \cdot (w_l - w_k) + \sum_{l=1}^{n_{w_g}} r_{w_{kl}} \cdot g_{w_l} + j_k = 0 \quad (2)$$

これらの蒸発・凝縮の熱流と湿気流は各々 (3) と (4) 式のように書ける。ここに v は物質移動係数に潜熱等と面積を乗じたもの、 k は凝縮速度等に面積を乗じたものである。(3) 式については湿気回路網の k 番節点は熱回路網の i 番節点に対応し、 k 番節点は水膜近傍の飽和水蒸気圧を表す。 h_i は蒸発の場合は負の値となる。これらの定式化は、松本らによるハイグロスコピックでの支配方程式 [3] を参考にしして導いた熱・水分回路網の状態方程式 [4] で欠けていた液相部分との相互影響を加えたものである。

$$h_i = \sum_{l=1}^{n_w+n_{w_0}} v_{kl} \cdot (w_l - w_k) \quad (3)$$

$$j_k = \sum_{l=1}^{n_w+n_{w_0}} k_{kl} \cdot (w_l - w_k) \quad (4)$$

湿気回路網において湿度規定 (独立) w_0 の節点は大きく分けて、外気湿度などの場合と、水膜近傍の飽和湿度などの場合の二通りある。両者を含めて一般的に (5) 式で表す。前者の場合は s と b の係数は 0 であり、後者の場合は w_b が 0 である。後者の場合の飽和水蒸気圧は i 番節点の温度に Wexler-hyland の式 [5] で依存するものとし、その温度で線形近似した際の係数が s と b である。従って最初仮定水膜温度で係数を決め、後述の最適化の計算を行い、解の温度で係数を修正して繰り返し収束計算をする。こうした n_{w_0} 個の湿度規定値からなるベクトル w_0 を (6) 式で表す、

$$w_{0k} = s_{ki} \cdot t_i + b_k + w_{bk} \quad (5)$$

$$w_0 = S_{t_0} \cdot t + S_{t_0} \cdot t_0 + b + w_b \quad (6)$$

この w_0 と、未知数 (従属) である n_w 個の節点の湿度からなるベクトル w と、式 (3), (4) の中の係数 v と k の各々から構成されるマトリックス V と K によって、伝熱系への発熱・冷却ベクトル $h(n_t)$ と湿気移動系への凝縮・蒸発ベクトル $j(n_w)$ は各々次の様に (7) と (8) 式で表される。

$$h = V_w \cdot w + V_{w_0} \cdot w_0 \quad (7)$$

$$j = K_w \cdot w + K_{w_0} \cdot w_0 \quad (8)$$

さらにこれらのベクトルと、式 (1) と式 (2) の節点方程式を用いて、熱回路網と湿気回路網の定常状態の状態方程式は各々式 (9) と式 (10) のように表される。

$$C_t \cdot t + C_{t_0} \cdot t_0 + R_t \cdot g_t + h = 0 \quad (9)$$

$$C_w \cdot w + C_{w_0} \cdot w_0 + R_w \cdot g_w + j = 0 \quad (10)$$

そこで両者の連成した全体系について、サイズ $(n_t + n_w)$ の状態ベクトルを (t, w) 、サイズ $(n_{t_0} + n_{w_0})$ の規定入力ベクトルを (t_0, w_0) 、サイズ $(n_{t_g} + n_{w_g} + n_{w_0})$ の自由入力ベクトルを (g_t, g_w, b) と定義すれば、式 (6), (7), (8), (9) と (10) により次の式 (11) が構成される。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} C_t + V_{w_o} \cdot S_t & V_w \\ C_{w_o} \cdot S_t + K_{w_o} \cdot S_t & C_w + K_w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t \\ w \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} C_{t_o} + V_{w_o} \cdot S_{t_o} & V_{w_o} \\ C_{w_o} \cdot S_{t_o} + K_{w_o} \cdot S_{t_o} & C_{w_o} + K_{w_o} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_o \\ w_b \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} R_t & 0 & V_{w_o} \\ 0 & R_w & C_{w_o} + K_{w_o} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} g_t \\ g_w \\ b \end{bmatrix} = 0 \quad (11) \end{aligned}$$

ここで式を簡潔にするために状態ベクトルを x , 規定入力ベクトルを x_o , 自由入力ベクトルを g で表すと, 全体方程式(11)はまとめて次式(12)のように記述される。

$$C \cdot x + C_o \cdot x_o + R \cdot g = 0 \quad (12)$$

入力に関して並べ変えを行い, 制御ベクトル u_c と外乱ベクトル u_d に分ける必要がある。そこで既報[1]のように各々のベクトルの中での順番に関する約束を設ける。まず伝熱系に関する入力 u_{tc} は湿気移動系に関する入力 u_{wc} より前に並べ, 各々の中で規定入力は自由入力より前にする。さらに制御操作量の節点あるいは発生源の番号は外乱によるものより前詰めにする。こうした約束によって u_c と u_d は次の式(13)と(14)のように表される。これらの中の要素的なベクトルの表示は, 既出のベクトルに対して添え字 c を付けて制御によるものを, 添え字 d を付けて外乱によるものを表す。

$$u_c = \begin{bmatrix} u_{tc} \\ u_{wc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{oc} \\ g_{tc} \\ w_{bc} \\ g_{wc} \end{bmatrix} \quad (13) \quad u_d = \begin{bmatrix} t_{od} \\ g_{td} \\ w_{bd} \\ g_{wd} \\ b \end{bmatrix} \quad (14)$$

これらの制御と外乱のベクトルの内部構成に従って, 規定 C_o と自由 R の駆動マトリックスの中の列ベクトルを抜き出して, 制御 D_c と外乱 D_d の駆動マトリックスをつくり, 次式(15)で表しておくことができる。

$$C \cdot x + D_c \cdot u_c + D_d \cdot u_d = 0 \quad (15)$$

こうして, 湿気回路網も加わり状態ベクトルのサイズは大きくなったが, 既報[1]と同様な定常状態の状態方程式モデルが出来上がった。

3 最適化

最適制御問題として, 単数または複数の人体の中心温度を 36.8°C に制御したり, ある部分の空気湿度を何らかの値に制御することを, 複数の操作量について, 0または環境温度からの偏差の自乗の和が最小になるように実現する。このための評価関数は次の式(16)で表される。第1項は制御目標に関するもの, 第2項は操作量に関するものである。ここに t_r と w_r は各々温度と湿度の制御目標値である。

また d_t と d_w は各々伝熱と湿気移動系の制御操作量の参照値である。環境温度などは d_t, d_w で定義される。この二次形式における各種の重みマトリックス W は殆どの場合には対角要素だけである。伝熱系に関するものは W_t , 湿気移動系に関するものは W_w で表し, 制御操作量に関するものはさらに添え字 c を付け加えている。式(16)をさらにまとめて簡潔な形に書けば式(17)となる。 W_x に関しては制御を受ける状態ベクトルの要素に対応する対角要素だけ非零である。 W_c に関しては全て非零(正定値)とする。ここに左肩の t はマトリックスの転置記号である。

$$\begin{aligned} J = & \begin{bmatrix} t \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} t_r \\ w_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_t & 0 \\ 0 & W_w \end{bmatrix} \\ & \cdot \left[\begin{bmatrix} t \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} t_r \\ w_r \end{bmatrix} \right] \\ & + \begin{bmatrix} u_{tc} \\ u_{wc} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d_t \\ d_w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_c & 0 \\ 0 & W_{wc} \end{bmatrix} \\ & \cdot \left[\begin{bmatrix} u_{tc} \\ u_{wc} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d_t \\ d_w \end{bmatrix} \right] \quad (16) \end{aligned}$$

$$J = {}^t(x-r) \cdot W_x \cdot (x-r) + {}^t(u_c-d) \cdot W_c \cdot (u_c-d) \quad (17)$$

ここに $r = (t_r, w_r)$, $d = (d_t, d_w)$ である。既報[6]と同様にして, この評価関数に式(15)から x について解いた式を代入し, 制御ベクトル u_c に関して微分して0と置き, 評価関数を最適化する u_c^* は次の(18)式で計算される。

$$\begin{aligned} u_c^* = & -\{ {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_c + W_c \}^{-1} \\ & \cdot \{ {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_d \cdot u_d \\ & + {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot r - W_c \cdot d \} \quad (18) \end{aligned}$$

さらに最適状態 x^* は, 式(15)にこの u_c^* を代入し, x について解けば求められる。熱放射や対流伝達等の温度依存の非線形性は繰り返し収束計算によって考慮できる。以上の理論で最適化計算プログラムSOCSを作成した。

4 まとめ

人体・設備・建物を熱・湿気回路網でモデル化し, 既報で不十分であった発汗蒸発の効果も考慮できる状態とエネルギー供給の最適化理論を導いた。

(参考文献) [1] 奥山博康: "最適化理論による新しい定常熱負荷計算法の提案(その1:基本理論と複合暖房での数値実験)", 建築学会大会学術講演梗概集(計画系), 1992年8月, p.833 [2] 奥山博康: "建築物の熱回路網モデルに関する理論的研究", 早稲田大学・建築環境工学学位論文, 1987年12月(清水建設研究報告別冊第26号'89年6月) [3] 松本衛: "吸着湿におよぼす吸着熱の影響", 建築学会論文報告集・号外, 1965年9月 [4] 奥山博康: "熱水分同時移動の解析法について", 建築学会大会学術講演梗概集(計画系), 1982年10月, p.761 [5] 宇田川光弘・著: "パソコンによる空調と計算法", オーム社, 1986年第1版第1刷 [6] 奥山博康: "熱回路網モデルと最適化理論による冷暖房システム設計手法", 第27回空調和・冷凍連合講演会(東京)講演論文集, 1993年4月, p.53

*清水建設(株)技術研究所主任研究員・工博

Senior Researcher, Dr. Eng.
Environmental Engineering Division
Institute of Technology, Shimizu Corporation, Tokyo