

# 最適化理論による新しい定常熱負荷計算法の提案 正会員 ○奥山 博康\*

## その1:基本理論と複合暖房での数値実験

熱回路網 負荷計算 最適化

### 1 はじめに

従来の定常熱負荷計算は、ある一定温度の室空気にこれを取り囲む壁体等の部材から流れ込んでくる熱流を総和するだけの算術計算に過ぎなかった。本来冷暖房は一定の室温を得るためではなく、熱的快適性を得るためのものであり、熱的快適性は空気温度だけではなく熱放射環境などの諸要因にも影響されるので、従来の定常熱負荷計算は人間不在のものであったと言える。しかし同じ熱的快適性を得るにしても、空気温度と熱放射環境など、寄与する諸要因の組合せは無限に存在しうるから、何等か最適の組合せを決定できる機能が負荷計算には必要である。そこで本論文では、単なる室温ではなく本来の熱的快適性を満たすことを目的とし、複数の暖冷房方式が並存していても最適のエネルギー配分を決定しうるような負荷計算法を提案する。この理論は一般的伝熱モデルである著者の熱回路網 [1] に立脚し、関連研究 [2] における最適化問題の解法によって発想したものである。

### 2 熱回路網モデルの適用

著者の熱回路網は既報 [1] のように次式 (1) で表される。定常状態は左辺を 0 に置いて表現できる。一般に冷暖房の投入熱流等は制御入力、気象条件等は外乱入力と見なされ、これらのベクトルで入力を表示し直すために、まず規定入力ベクトル  $x_o$  と自由入力ベクトル  $g$  の内部を (2), (3) 式のように制御によるものと外乱によるものに分ける。ここで外乱による入力値は制御のそれより独立性が高いため、その節点番号あるいは発生源番号を後ろ括弧に付けている。

$$M \cdot \dot{x} = C \cdot x + C_o \cdot x_o + R \cdot g \quad (1)$$

$$x_o = \begin{bmatrix} x_{oc} \\ x_{od} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$g = \begin{bmatrix} g_c \\ g_d \end{bmatrix} \quad (3)$$

これらの分割されたベクトルに応じて、規定入力マトリクス  $C_o$  と自由入力マトリクス  $R$  の中身も (4),

(5) 式のように分割する。

$$C_o = [C_{oc}, C_{od}] \quad (4)$$

$$R = [R_c, R_d] \quad (5)$$

これらの記号定義により制御入力マトリクス  $D_c$  とベクトル  $u_c$ 、外乱入力マトリクス  $D_d$  とベクトル  $u_d$  が (6), (7) 式のように定義できる。

$$D_c \cdot u_c = [C_{oc}, R_c] \cdot \begin{bmatrix} x_{oc} \\ g_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$D_d \cdot u_d = [C_{od}, R_d] \cdot \begin{bmatrix} x_{od} \\ g_d \end{bmatrix} \quad (7)$$

従って定常状態の (1) 式の右辺は次の (8) 式で記述されるから、ある制御入力  $u_c$  と外乱入力  $u_d$  における温度状態ベクトル  $x$  は (9) 式で計算される。

$$C \cdot x + D_c \cdot u_c + D_d \cdot u_d = 0 \quad (8)$$

$$x = -C^{-1} \cdot \{D_c \cdot u_c + D_d \cdot u_d\} \quad (9)$$

ここに外乱としての自由入力の中には人体伝熱モデル内の代謝発熱等も含まれる。

### 3 評価関数と最適化

この熱負荷計算法は、建物と冷暖房システムの伝熱モデルの中に、人体の熱的中立状態の伝熱モデルも組み込んだ総合的伝熱系において、体温を 36.5°C に近づけるための最小の冷暖房投入エネルギーを、最適化問題として解くことにより行うものである。従って最適化する評価関数はスカラとするために二次形式を用いて次式で表される。マトリクス等の左肩の  $t$  は転置記号である。

$$J = {}^t(x - r) \cdot W_x \cdot (x - r) + {}^t u_c \cdot W_c \cdot u_c \quad (10)$$

ここに  $r$  は体温等の制御目標値を一部の要素を含む目標値ベクトルである。また  $W_x$  は状態ベクトルと目標値ベクトルの偏差に対する重みマトリクスであり、非負で対角とする。ここに体温以外の温度に対応する  $W_x$  の対角要素および  $r$  の要素は 0 とする。さらに  $W_c$  は

制御入力ベクトルに対する正定値の重みマトリクスである、 $W_x$ の対角要素が $W_c$ のそれより大きければ熱的快適性を省エネよりも重要視することを意味する。また $W_c$ の対角要素間に大小関係を与えて複数冷暖房方式のエネルギー単価等も考慮することが出来る。この評価関数が最小化される最適点は $J$ を $u_c$ で微分して0に置くことによって得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial u_c} &= 2 \cdot {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_c \cdot u_c \\ &+ {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_d \cdot u_d \\ &+ {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot r \\ &+ {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot {}^t W_x \cdot C^{-1} \cdot D_d \cdot u_d \\ &+ {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot {}^t W_x \cdot r + 2 \cdot W_c \cdot u_c \\ &= 2 \cdot {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_c \cdot u_c \\ &+ 2 \cdot {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_d \cdot u_d \\ &+ 2 \cdot {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot r \\ &+ 2 \cdot W_c \cdot u_c = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

この式を整理して、最適化する制御ベクトル $u_c^*$ について解けば次の(12)式となる。さらにこの時の最適状態 $x^*$ は、(9)式にこの $u_c^*$ を代入して計算される。

$$\begin{aligned} u_c^* &= - \{ {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_c + W_c \}^{-1} \\ &\cdot \{ {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot C^{-1} \cdot D_d \cdot u_d \\ &\quad + {}^t D_c \cdot {}^t C^{-1} \cdot W_x \cdot r \} \end{aligned} \quad (12)$$

#### 4 適用例

この計算理論が正しく機能することを確認するために、一般的な計算プログラムを開発し、実際に計算をしてみた。例題とした計算モデルを図1に示す。これは対流式暖房と床暖房の両方をもつ153.63(m<sup>2</sup>)程度の床面積の室と人体の熱回路網モデルである。図の中央の節点40から43で人体の伝熱モデルを球状に表す。これはGaggeらの2節点モデル[3]を参考にして作った。壁と人体の熱放射の形態係数は近似的に人体を球として求めた。室温の上下分布を表現するため室空気は4分割してモデル化した。外気温度節点44には0℃を、地中温度節点45には15℃を与えた。人体発熱は節点40に61.76(kcal/h)を与えた。制御の目標は人体節点40を36.5℃にすることである。両暖房同時利用やどちらか一方などについて、詳細は省略するが、概略の計算結果を表1に示す。どちらかの暖房方式の温水循環流量を0にすると、そこへの投入熱流は自然に0の結果が得られる。本理論は蒸発熱も考慮できる熱水分総合系[4]に拡張することも容易である。

表1 負荷計算結果概要

	対流式への投入熱流 (kcal/h)	床暖房への投入熱流 (kcal/h)	節点39の空気温度 (℃)
同時利用	4 6 7 2	5 0 5 6	2 0 . 0
対流式だけ	1 0 1 4 4	0	2 1 . 4
床暖房だけ	0	9 3 8 2	1 8 . 8

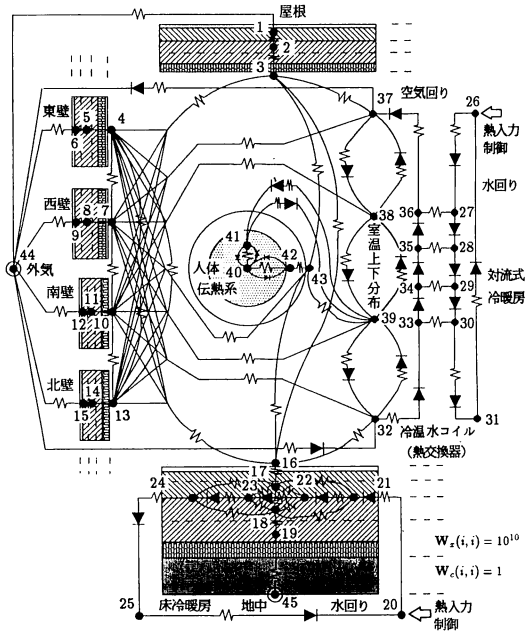


図1 複合冷暖房系の熱回路網

#### 5 まとめ

最適化理論による新しい定常熱負荷計算法を提案した。本論の段階で用いた人体モデルは暫定的なものであり、この様な使い方をするための人体伝熱モデルのさらなる研究が必要である。また正味の人体発熱は外乱の入力としているが、追加して熱入力制御を与えれば、適当な重み付けを与えることにより、この熱入力制御値をPMV値と見なせる可能性もある。

(参考文献) [1] 奥山博康: "建築物の熱回路網モデルに関する理論的研究", 早稲田大学・建築環境工学学位論文, 1987年12月(清水建設研究報告別冊第26号'89年6月) [2] 奥山博康: "熱回路網の状態方程式モデルによる最適制御理論, その3:最適レギュレータの多変数入力系での適用例", 建築学会大会学術講演梗概集(計画系), 1991年9月, p.871, および続報のその1とその2 [3] 中山昭雄編: "温熱生理学(第2章, 西安信著)", 理工学社, 1985年第1版, 第3刷 [4] 奥山博康: "熱水分同時移動の解析法について", 建築学会大会学術講演梗概集(計画系), 1982年10月, p.761

本計算のデモプログラムとサンプルデータのフロッピーディスク

\*清水建設(株)技術研究所主任研究員・工博